FS-1112: TERCER PARCIAL

Universidad Simón Bolívar

Enero-Marzo 2017

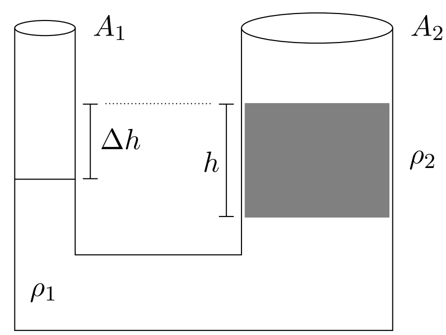
Sartenejas, 29 de marzo de 2017

Nombre:____. Carnet:____________________. Sección:________.

<u>Parte I</u>: Selección simple (20 puntos). A continuación se presentan 10 planteamientos de selección simple con un valor de 2 puntos cada uno. Marque con una X la opción que considere correcta de cada planteamiento. Justifique cada una de las respuestas que haya escogido. Una opción marcada sin justificación será considerada como incorrecta. Cada planteamiento tiene una única respuesta correcta. Si marca más de una opción por planteamiento, será considerado como respuesta incorrecta. No hay factor de corrección.

De ser necesario, utilice las aproximaciones 0 °C = 273 K, $R = 8\ \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$.

Un tubo en forma de U tiene dos secciones transversales A_1 y $A_2 = 4A_1$. Inicialmente, un fluido de densidad ρ_1 se encuentra dentro del tubo y a la derecha se vierte otro fluido de densidad $\rho_2 = \frac{1}{2}\rho_1$ y masa m que queda flotando encima del primero (ver figura). Con base en esto, responda las siguientes dos preguntas:

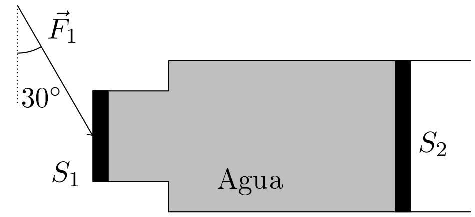


1. (2 pts.) La diferencia de altura Δh de las interfaces superiores de las columnas de fluido es:
(X) $\frac{1}{4}\frac{m}{\rho_1 A_1}$
( ) $\frac{1}{2}\frac{m}{\rho_1 A_1}$
( ) $\frac{1}{3}\frac{m}{\rho_1 A_1}$
( ) $\frac{m}{\rho_1 A_1}$
( ) Ninguna de las anteriores.

2. (2 pts.) Suponga que se coloca un objeto de masa M del lado derecho y este queda flotando sobre el fluido ρ_2. ¿Qué ocurre con la interfaz del fluido a la izquierda?:
(X) Sube.
( ) Baja.
( ) Se mantiene igual.
( ) El resultado depende de M.
( ) Ninguna de las anteriores.

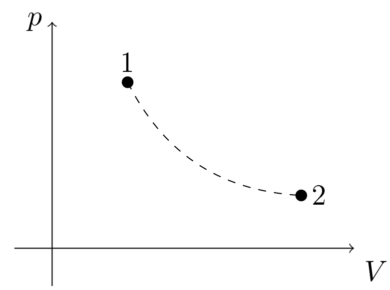
3. (2 pts.) Según la teoría cinética de gases, para un gas ideal contenido en un recipiente ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:
( ) Si el volumen del recipiente disminuye, la presión del gas debe aumentar.
( ) La energía promedio de las moléculas del gas es proporcional al volumen del recipiente.
(X) A menor temperatura, la energía cinética promedio de las moléculas del gas es menor.
( ) La rapidez de las moléculas del gas es directamente proporcional a la temperatura.
( ) Ninguna de las anteriores.

4. (2 pts.) La figura adjunta muestra una tubería de agua con un tapón (S_2). Si un plomero empuja en el extremo de área $S_1 = \frac{1}{5}S_2$ con una fuerza $\vec{F}_1$ (como se muestra en la figura) para aumentar la presión sobre el agua. ¿Cuál será el aumento en la fuerza neta sobre el tapón?



( ) $\frac{1}{10}F_1$
( ) $\frac{5\sqrt{3}}{2}F_1$
( ) $\frac{\sqrt{3}}{10}F_1$
(X) $\frac{5}{2}F_1$
( ) Ninguna de las anteriores.

n moles de un gas monoatómico ideal dentro de un pistón son sometidos a un proceso irreversible que llevan al gas del estado 1 al estado 2 señalados en el diagrama $p-V$ adjunto. Se conocen las temperaturas en cada estado T_1 y $T_2 = \frac{1}{2}T_1$ y se sabe que $V_2 = 4V_1$. Con esta información, responda los dos siguientes planteamientos:



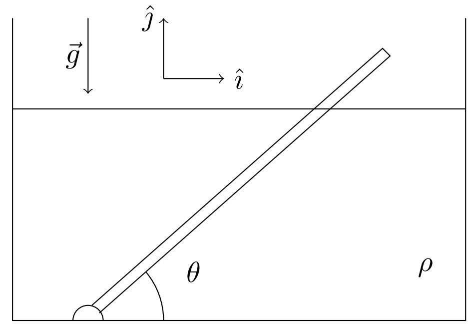
5. (2 pts.) Si el calor absorbido por el gas en el proceso es $Q = \frac{5}{8}nRT_1$, el trabajo realizado por el gas en dicho proceso es:
( ) $\frac{17}{8}nRT_1$
( ) $\frac{3}{4}nRT_1$
( ) $\frac{1}{8}nRT_1$
( ) $-\frac{5}{8}nRT_1$
(X) Ninguna de las anteriores.

6. (2 pts.) La variación de entropía del gas en dicho proceso es:
( ) 0
( ) $\frac{3}{2}\,nR\ln(2)$
( ) $\frac{29}{2}\,nR\ln(2)$
( ) $\frac{11}{2}\,nR\ln(2)$
(X) Ninguna de las anteriores.

7. (2 pts.) Los átomos de un gas monoatómico ideal tienen energía promedio $\langle K_o\rangle$ cuando se encuentra a volumen V_o. ¿Cuál será la energía promedio de los átomos cuando el gas se comprime adiabáticamente hasta $V_1 = \frac{1}{8}V_o$?
(X) $4\,\langle K_o\rangle$
( ) $\frac{1}{4}\,\langle K_o\rangle$
( ) $8\,\langle K_o\rangle$
( ) $\langle K_o\rangle$
( ) Ninguna de las anteriores.

8. (2 pts.) 60 gramos de hielo a temperatura de fusión ($T = 0\,°\mathrm{C}$) se derriten completamente debido a intercambio de calor con el medio ambiente (27 °C). ¿Cuál es la variación de entropía del entorno <u>durante el derretimiento</u> del hielo? El calor latente de fusión por unidad de masa del hielo es $l = 320\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}$.
( ) 0
( ) $-70,3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
(X) $-64\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
( ) $64\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
( ) Ninguna de las anteriores.

Una barra cilíndrica de longitud L y área transversal A se encuentra sumergida parcialmente en un fluido de densidad ρ, con un quinto de su longitud fuera del fluido. La barra se encuentra en equilibrio formando un ángulo θ con la horizontal y su extremo inferior se encuentra conectado a una articulación en el fondo del recipiente que contiene al fluido (ver figura). Desprecie la contribución de la atmósfera.



9. (2 pts.) La fuerza neta ejercida por la articulación sobre la barra es:
( ) $\frac{4}{5}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $\frac{16}{25}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $\frac{1}{4}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $\frac{4}{5}\,LA\rho\, g(\mathrm{sen}\theta\,\hat{\imath} - \cos\theta\,\hat{\jmath})$
(X) Ninguna de las anteriores.

10. (2 pts.) Suponga que ahora se añade otro fluido de densidad $\rho_1 < \rho$ en el recipiente (los dos fluidos no se mezclan) de forma que la barra termina completamente sumergida. ¿Qué ocurre con el ángulo (θ) que hace la barra con la horizontal una vez que se restablece la condición de equilibrio?
( ) Disminuye.
(X) Aumenta.
( ) No cambia.
( ) El resultado depende de cuán profunda queda sumergida la barra.
( ) Ninguna de las anteriores.

Parte II: Problema de desarrollo (20 puntos). A continuación se presenta un problema que debe desarrollar. Justifique cada argumento siendo coherente, claro, conciso, ordenado y escribiendo con letra legible.

11. Una máquina térmica consta de un pistón que en su interior contiene n moles de un gas ideal con coeficiente adiabático $\gamma = \frac{3}{2}$. El gas se encuentra inicialmente a presión p_o y volumen V_o. La máquina es operada mediante el ciclo de tres procesos cuasiestáticos descritos a continuación:

    1. Se calienta a presión constante hasta que el volumen alcance $V_1 = 4V_o$.
    2. Se enfría el gas sin variar su volumen.
    3. Se retira de toda fuente y se comprime el gas hasta recobrar las condiciones iniciales.

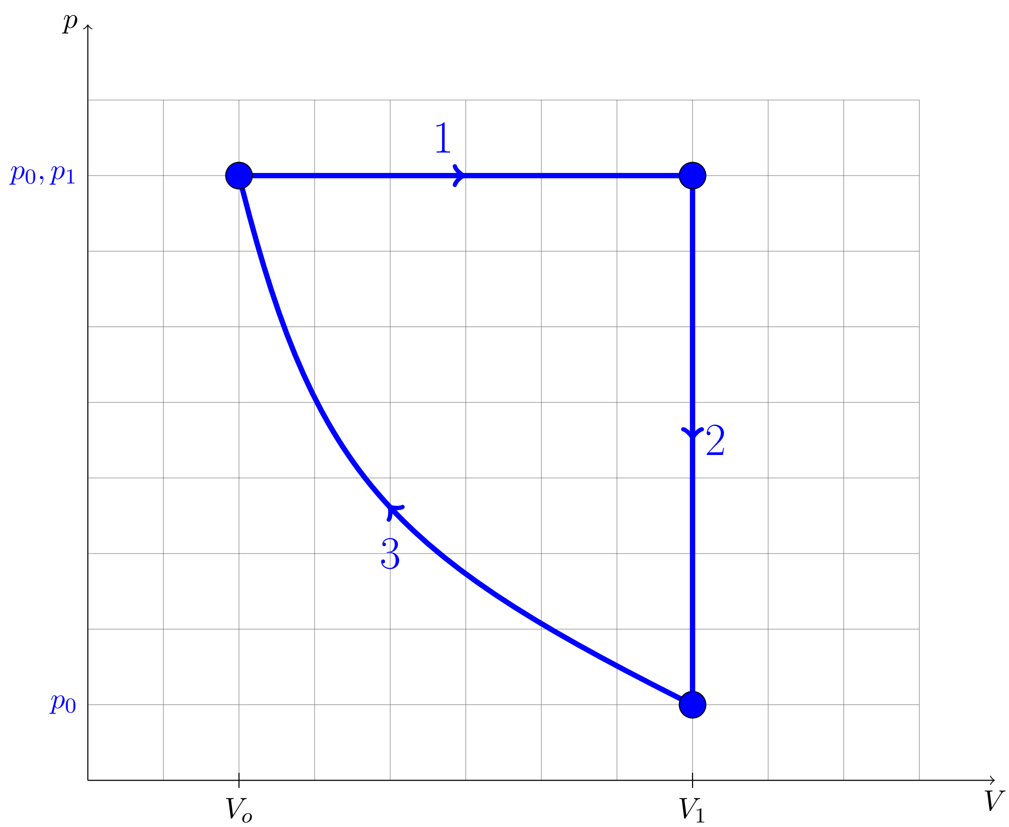
    Utilice subíndices 1 y 2 para denotar las condiciones finales de cada proceso (por ejemplo, p_2, V_2 y T_2 son presión, volumen y temperatura tras el proceso 2, respectivamente) y subíndices 1, 2 y 3 para denotar calores absorbidos, trabajos realizados y variaciones de energía en los respectivos procesos (por ejemplo, W_3 denota el trabajo realizado en el proceso 3). Con esta información:

    (a) (4 pts.) Grafique el diagrama de presión como función del volumen que describe el ciclo que opera a la máquina en el espacio dispuesto para ello. Sea claro señalando puntos relevantes (p_o, V_o, p_1, V_1, p_2 y V_2), numere cada proceso e indique la dependencia de p con V en los procesos 2 y 3.

    (b) (2 pts.) Calcule los calores específicos, c_v y c_p, del gas.

    (c) (2 pts.) Calcule la eficiencia de la Máquina de Carnot que opera entre las dos temperaturas a las que opera la máquina del problema.

    (d) (12 pts.) Llene la tabla que aparece en la siguiente página con las cantidades que se le solicitan. Los resultados deben quedar expresados en función de p_o, V_o, n y R.



	0	1	2	3	Neto
p	p_o	p_o	$\frac{1}{8}p_o$	p_o	$***$
V	V_o	$4V_o$	$4V_o$	V_o	$***$
T	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$\frac{4p_oV_o}{nR}$	$\frac{1}{2}\frac{p_oV_o}{nR}$	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$***$
W	$***$	$3p_oV_o$	0	$-p_oV_o$	$2p_oV_o$
Q	$***$	$9p_oV_o$	$-7p_oV_o$	0	$2p_oV_o$
ΔU	$***$	$6p_oV_o$	$-7p_oV_o$	p_oV_o	0
ε	$\frac{2}{9}$				

Respuestas:

(**a**) (2) No hay dependencia de p con V

(3)$p \propto \frac{1}{V^{\frac{3}{2}}}$

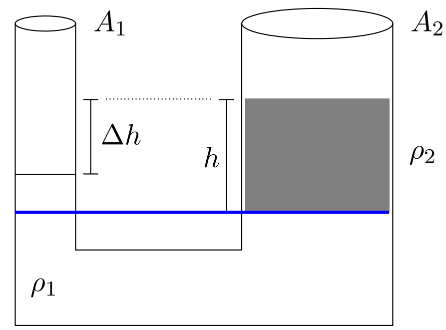
(**b**) $C_v = 2R$

$C_p = 3R$

(**c**) $\varepsilon_{Carnot} = \frac{7}{8}$

Explicaciones

1. Al nivel de la línea azul, la presión en ambos líquidos es igual. Tomando en cuenta que la altura del líquido de ρ_1 sobre la línea azul es $h - \Delta h$, tenemos que:
$p_o + \rho_1(h - \Delta h) = p_o + \rho_2 h \implies \rho_1 h - \rho_1 \Delta h = \frac{1}{2}\rho_1 h \implies \Delta h = \frac{1}{2}h$
Como h no es dato, debemos hallar su valor en función de cantidades conocidas. Tomando en cuenta que $\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{hA_2} \implies h = \frac{m}{2A_1\rho_1}$
$\Delta h = \frac{1}{2}\frac{m}{2A_1\rho_1} \implies \boxed{\Delta h = \frac{1}{4}\frac{m}{A_1\rho_1}}$



2. El nivel del agua forzosamente $\boxed{\text{sube}}$. Al flotar el objeto sobre el agua, el líquido ejerce una fuerza de empuje sobre él, pero por acción y reacción, hay una fuerza que siente el líquido, la cual fuerza al fluido al otro lado a subir.

3. Por la Ley Cinética de Gases, para un gas ideal la energía cinética promedio viene dada por $\langle K \rangle = n\frac{1}{2}k_BT$, donde n representa el número de grados de libertad de la molécula. Como $\langle K \rangle$ es directamente proporcional a T, $\boxed{\text{a menor temperatura, la energía cinética promedio de las moléculas es menor}}$.

4. Por Principio de Pascal, los aumentos de presión se distribuye uniformemente a través del líquido, por lo tanto:
$$p_1 = p_2 \implies \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \implies \frac{F_1 \operatorname{sen} 30}{\frac{1}{5}S_2} = \frac{F_2}{S_2} \implies \boxed{F_2 = \frac{5}{2}F_1}$$

5. Por primera ley de la termodinámica, $\Delta U = Q - W$. Como tenemos un gas monoatómico ideal $\Delta U = nC_v\Delta T$, donde $C_v = \frac{3}{2}R$
$$W = Q - \Delta U = \frac{5}{8}nRT_1 - \frac{3}{2}nR\left(\frac{1}{2}T_1 - T_1\right) \implies \boxed{Q = \frac{11}{8}nRT_1}$$

6. Como estamos trabajando con un gas ideal, podemos tomar en cuenta que de la primera y segunda ley, $nC_vdT = TdS - pdV \implies dS = nC_v\frac{dT}{T} + p\frac{dV}{T}$. Tomando en cuenta que $p = \frac{nRT}{V}$ e integrando, tenemos que:
$$\Delta S = nC_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \frac{3}{2}nR\ln\left(\frac{\frac{1}{2}T_1}{T_1}\right) + nR\ln\left(\frac{4v_1}{v_1}\right) \implies \boxed{\Delta S = \frac{1}{2}nR\ln 2}$$

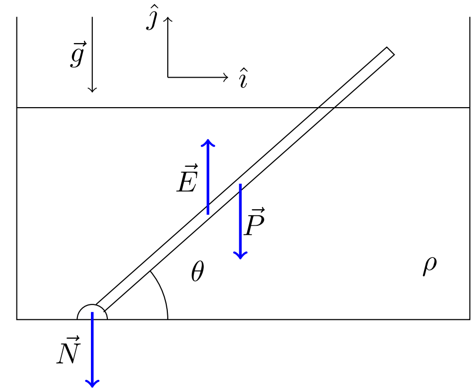
7. La energía cinética promedio de una molécula de un gas monoatómico viene dada por $\langle K \rangle = \frac{3}{2}k_BT$.
En un proceso adiabático, $TV^{\gamma-1} = k$, donde k es una constante. Como en un gas monoatómico, $\gamma = \frac{5}{3}$ tenemos:
$T_oV_o^{\frac{5}{3}-1} = T_1V_1^{\frac{5}{3}-1} \implies T_oV_o^{\frac{2}{3}} = T_1\left(\frac{1}{8}V_o\right)^{\frac{2}{3}} \implies T_1 = 4T_o$
Por ende, $\langle K_o \rangle = \frac{3}{2}k_BT_o$ y $\langle K_1 \rangle = \frac{3}{2}k_B(4T_o)$. Dividimos para hallar la relación:
$$\frac{\langle K_1 \rangle}{\langle K_o \rangle} = \frac{\frac{3}{2}k_B(4T_o)}{\frac{3}{2}k_BT_o} \implies \boxed{\langle K_1 \rangle = 4\langle K_o \rangle}$$

8. Asumimos que durante el derretimiento del hielo, la temperatura del ambiente no cambia. Tomamos en cuenta que 27º C = 300 K y que durante el derretimiento el ambiente cede calor:

$$\Delta S = \int_Q^0 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_Q^0 dQ = \frac{Q}{T} = -\frac{ml}{T} = -\frac{320 \cdot 60\text{J}}{300\text{K}} \implies \boxed{\Delta S = -64\frac{\text{J}}{\text{K}}}$$

---

9. El diagrama de fuerzas se encuentra a la derecha. Sabemos que el empuje actuará sobre el centro de la porción sumergida, es decir, a $\frac{4}{5}L \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5}L$ del soporte. Como no tenemos la densidad de la barra, tomamos la ecuación de equilibrio del torque respecto al centro de masa de la barra. El punto de efecto del empuje está a $\frac{1}{2}L - \frac{2}{5}L = \frac{1}{10}L$ del centro de masa.



$$\sum \tau^{CM} = \frac{L}{2}\cos\theta N - \frac{L}{10}\cos\theta E = 0 \implies N = \frac{1}{5}E = \frac{4}{25}ALg$$

Como la normal apunta hacia abajo, al igual que la gravedad, $\boxed{\vec{N} = \frac{4}{25}AL\vec{g}}$.

---

10. $\boxed{\text{Aumenta}}$, pues el líquido proporciona un empuje que ejercerá un torque, rompiendo el equilibrio y forzando a la barra a subir.

11. Notamos que el proceso 1 es isobárico, el 2 es isocórico y el 3 es adiabático.

(a)

En el proceso 2, $p = \dfrac{nRT}{V}$, pero $\dfrac{nR}{V}$ permanece contante, por lo que $\boxed{\text{no hay dependencia de } p \text{ con } V}$.

En el proceso 3, $pV^{\gamma} = K$ donde K es una constante. Entonces $p = \dfrac{K}{V^{\frac{3}{2}}}$, es decir, $\boxed{p \propto \dfrac{1}{V^{\frac{3}{2}}}}$

(b)

Como $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ y $C_p = C_v + R$

$2 = \dfrac{C_v + R}{C_v} \implies \boxed{C_v = R}$ y por ende, $C_p = C_v + R = R + R \implies \boxed{C_p = 2R}$

(d)

Variables de estado

El proceso 1 es a presión constante, por lo tanto $\boxed{p_1 = p_o}$. Además, el proceso 2 es isocórico, por ende $\boxed{v_2 = v_1 = 4v_o}$.

Recordamos por ecuación de estado que $T = \dfrac{pV}{nR}$, entonces $\boxed{T_o = \dfrac{p_oV_o}{nR}}$ y $\boxed{T_1 = 4\dfrac{p_oV_o}{nR}}$.

En el proceso adiabático, $TV^{\gamma-1} = k$ con k constante, así que:

$T_oV_o^{\frac{3}{2}-1} = T_2V_2^{\frac{3}{2}-1} \Rightarrow \dfrac{p_oV_o}{nR}(V_o)^{\frac{1}{2}} = T_2(4V_o)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{T_2 = 4\dfrac{p_oV_o}{nR}}$

De la ecuación de estado obtenemos directamente que $\boxed{p_2 = \dfrac{1}{8}p_o}$.

Proceso 1

Como tenemos un proceso isobárico, el trabajo viene dado por $W_1 = p(V_f - V_i) = p_o(4V_o - V_o) \Rightarrow \boxed{W_1 = 3p_oV_o}$

El calor viene dado por $Q_1 = nC_p\Delta T = 3nR\left(4\dfrac{p_oV_o}{nR} - \dfrac{p_oV_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{Q_1 = 9p_oV_o}$

El cambio en la energía interna se halla por primera ley: $\Delta U_1 = Q_1 - W_1 = 2p_oV_o - p_oV_o \Rightarrow \boxed{\Delta U_1 = 6p_oV_o}$

Proceso 2

$\boxed{W_2 = 0}$ pues es un proceso isocórico.

El cambio de la energía interna es $\Delta U_2 = nC_v\Delta T = 2nR\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{p_oV_o}{nR} - 4\dfrac{p_oV_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta U_2 = -7p_oV_o}$

El calor, por primera ley es $Q_2 = \cancel{W_2} + \Delta U_2 \Rightarrow \boxed{Q_2 = -p_oV_o}$.

Proceso 3

Como es un proceso adiabático, $\boxed{Q_3 = 0}$.

El cambio de la energía interna es $\Delta U_3 = nC_v\Delta T = 2nR\left(\dfrac{p_oV_o}{nR} - \dfrac{1}{2}\dfrac{p_oV_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta U_3 = -p_oV_o}$

El trabajo, por primera ley, es $W_3 = \cancel{Q_3} - \Delta U_3 \Rightarrow \boxed{W_3 = p_oV_o}$.

Neto

El calor neto es la suma de todos los calores, por lo tanto

$Q_{neto} = Q_1 + Q_2 + \cancel{Q_3} = 9p_oV_o - 7p_oV_o \Rightarrow \boxed{Q_{neto} = 2p_oV_o}$.

El trabajo neto es la suma de todos los trabajos, es decir

$W_{neto} = W_1 + \cancel{W_2} + W_3 = 3p_oV_o - p_oV_o \ln 2 \Rightarrow \boxed{W_{neto} = 2p_oV_o}$.

Como es un proceso cíclico, $\boxed{\Delta U_{neto} = 0}$.

Eficiencia

La eficiencia del ciclo viene dada por

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_{abs}} = \frac{2p_oV_o}{9p_oV_o} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{2}{9}}$$

(c) La eficiencia de un ciclo de Carnot que trabaja en las temperaturas máximas y mínimas de este proceso sería $\varepsilon_{Carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{\frac{1}{2}\frac{p_oV_o}{nR}}{4\frac{p_oV_o}{nR}} \implies \boxed{\varepsilon_{Carnot} = \frac{7}{8}}$.

Este parcial fue suministrado por el Prof. Kevin Ng y resuelto por Jean F. Gómez (15-10581) con asistencia del Prof. Ng para GUIAS USB

gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección gecousb@gmail.com